

## Chapitre 2

# *Estimation des paramètres de la distribution Pareto généralisée*

### Résumé

*Dans ce chapitre, on décrit la distribution Pareto généralisée, utilisée comme un modèle pour les radars maritimes à haute résolution. Ensuite, on développe différentes méthodes d'estimations des paramètres pour cette distribution. Ensuite, la performance de chaque estimateur est évaluée par le calcul de la moyenne des erreurs carrées (MSE) et l'écart type normalisé (NSTD). Finalement, on va comparer la fonction densité de probabilité de Pareto généralisée PDF et la fonction densité cumulative complémentaire CCDF utilisant les données réelles aux celles obtenues en fonction des paramètres de forme et d'échelle calculés via des estimateurs présentés dans ce chapitre.*

### Sommaire

- 2. 1 Introduction
- 2. 2 Distribution de Pareto généralisée
- 2. 3 Méthodes d'estimation des paramètres
- 2. 4 Résultats de simulations
- 2. 5 Conclusion

## 2. 1 Introduction

Le problème du traitement du signal radar repose sur la détection de la présence ou de l'absence des cibles d'intérêts dans un environnement bruité avec des statistiques variant avec le temps. Dans une situation réelle, le récepteur peut prendre une décision en faveur des hypothèses  $H_0$  ou  $H_1$  dans un clutter dont les paramètres des distributions représentant ce clutter sont inconnus [2]. Donc, il est important d'effectuer la tâche d'estimation de ces paramètres avant d'établir les seuils de détection. Plusieurs méthodes ont été développées dans la littérature pour l'estimation des paramètres des modèles statistiques du clutter. Le choix de ces méthodes dépend de la nature du paramètre à estimer (une variable aléatoire ou une constante) [2]. En effet, on peut estimer les paramètres aléatoires en utilisant plusieurs estimateurs tels que l'estimateur de Bayes et l'estimateur des probabilités a posteriori maximale, tandis que les paramètres constants sont estimés à l'aide d'autres méthodes telles que la méthode du maximum de vraisemblance (MLE), la méthode des moments d'ordre supérieur et fractionnaire, la méthode des moindres carrés, la méthode d'intelligence artificielle, ... etc.

La modélisation du clutter non Gaussien est un problème fondamental dans la détection radar, car durant plusieurs années, les radars utilisés étant de faible résolution, les échos indésirables émanant du clutter étaient considérés comme ayant une distribution Gaussienne [22]. Néanmoins cette approche a montré ces limites pour les radars à haute résolution opérant dans des environnements maritimes avec des angles d'incidence (grazing angle) très faibles.

Récemment, la distribution de Pareto généralisée [6, 7] a été retenue comme une alternative aux modèles plus complexes pour les radars maritimes à haute résolution. Son avantage est que ce modèle est beaucoup plus simple et ne nécessite que deux paramètres à estimer. En plus, son efficacité est comparable à celle des autres modèles modernes de clutter. Compte tenu de cela, il est donc important d'étudier les procédures d'estimation et de détection des cibles dans un clutter ayant une distribution de Pareto simple et Pareto généralisée.

Dans ce chapitre, on va décrire en particulier la distribution Pareto généralisée en absence du bruit thermique où les expressions des moments sont aussi données. En se basant sur les méthodes d'estimation existantes, on va développer par la suite des méthodes dans le cas d'estimation des paramètres sans bruit à savoir la méthode des moments d'ordre supérieur, la méthode des moments d'ordre fractionnaire, la méthode  $[z\log(z)]$  et la méthode hybride des moments d'ordre fractionnaire positif/négatif. En fin, à travers des simulations, on

va analyser et comparer les performances d'estimation des paramètres utilisant les données simulées et les données réelles.

## 2. 2 Distribution de Pareto généralisée (GP)

En considérant une intégration non cohérente de  $N$  impulsions des échos du clutter de mer (i.e.,  $Z_i = \sum_{j=1}^N X_j$   $i=1, 2, \dots, M$ ), les distributions correspondantes du speckle et de la texture sont données par

$$\begin{cases} p(z|y) = \frac{z^{N-1}}{y^N \Gamma(N)} \exp\left(-\frac{z}{y}\right) \\ p(y) = \frac{b^\alpha y^{-\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp(-b/y) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où  $\alpha$  est le paramètre de forme,  $b$  est le paramètre d'échelle et  $\Gamma(\cdot)$  est la fonction gamma.

La loi de Pareto généralisée est obtenue par

$$\begin{aligned} p(z) &= \int_0^\infty \frac{z^{N-1}}{y^N \Gamma(N)} \exp\left(-\frac{z}{y}\right) \frac{b^\alpha y^{-\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp\left(-\frac{b}{y}\right) dy \\ &= \frac{b^\alpha z^{N-1}}{\Gamma(N) \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty y^{-\alpha-N-1} \exp\left(-\frac{z+b}{y}\right) dy \end{aligned} \quad (2.2)$$

On utilise le résultat trouvé dans [25 eq. (2.3.3.1)] pour résoudre (2.2) donné par

$$\int_0^\infty x^n \exp(-\alpha x) dx = \frac{\Gamma(n+1)}{\alpha^{n+1}} \quad (2.3)$$

Après certaines manipulations mathématiques, (2.2) devient

$$p(z) = \frac{b^\alpha z^{N-1} \Gamma(N+\alpha)}{\Gamma(N) \Gamma(\alpha) (z+b)^{\alpha+N}} \quad (2.4)$$

Pour  $N=1$  (cas d'une seule impulsion), (2.4) est réduit sous forme

$$p(z) = \frac{\alpha b^\alpha}{(b+z)^{\alpha+1}} \quad (2.5)$$

Ainsi, le modèle Pareto généralisé peut être écrit sous la forme suivante

$$p(z) = \frac{1}{\sigma} \left( 1 + k \frac{z - \theta}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{k}-1} \quad (2.6)$$

Où,  $k = \frac{1}{\alpha}$ ,  $\sigma = bk$  et  $\theta = 0$ .

Utilisant (2.2), l'expression des moments d'ordre  $r$  est trouvée comme suit

$$\begin{aligned} \langle z^r \rangle &= \int_0^\infty \int_0^\infty z^r \frac{z^{N-1}}{\Gamma(N)y^N} \exp\left(-\frac{z}{y}\right) \frac{b^\alpha y^{-\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp(-b/y) dx dy \\ &= \frac{b^\alpha}{\Gamma(N)\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty \frac{y^{-\alpha-1}}{y^N} \exp\left(-\frac{b}{y}\right) \left[ \int_0^\infty z^{r+N-1} \exp\left(-\frac{z}{p_n + y}\right) dz \right] dy \end{aligned} \quad (2.7)$$

On utilise le résultat donné par (2.3), (2.7) devient

$$\langle z^r \rangle = \frac{b^\alpha \Gamma(N+r)}{\Gamma(N)\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty y^{-\alpha-1} (p_n + y)^r \exp\left(-\frac{b}{y}\right) dy \quad (2.8)$$

En se basant sur (2.3), les moments d'ordre  $r$  sont calculés par

$$\langle z^r \rangle = \frac{b^r \Gamma(N+r) \Gamma(\alpha-r)}{\Gamma(N)\Gamma(\alpha)} \quad (2.9)$$

Pour des valeurs entières de  $r$ , les deux premiers moments sont

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{\langle z \rangle}{N} = \frac{b}{\alpha-1} \\ \mu_2 = \frac{2 \langle z^2 \rangle}{N(N+1)} = \frac{2b^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} \end{cases} \quad (2.10)$$

L'expression des moments de l'équation (2.9) sera manipulée par la suite pour développer les méthodes d'estimation des paramètres de la distribution Pareto généralisée.

### 2.3 Méthodes d'estimation des paramètres de la distribution GP

Le principe fondamental des méthodes des moments est de trouver une équation des moments avec une seule variable. Dans cette section, on va présenter quatre méthodes d'estimation basée sur les moments d'ordres 1 et 2, la méthode du MLE, la méthode des moments d'ordre fractionnaire, la méthode  $[z \log(z)]$  et la méthode des moments d'ordre positif/négatif.

#### 2.3.1 Méthode d'estimation basée sur les moments d'ordre supérieur (HOME)

Le but de cette approche est d'exploiter les moments d'ordre 1 et 2 afin de trouver une expression indépendante du paramètre d'échelle [6]. Pour cela, on s'intéresse à déterminer le

rapport  $\frac{\mu_2}{\mu_1^2}$ . D'où

$$\frac{\mu_2}{\mu_1^2} = \frac{2(\alpha-1)}{(\alpha-2)} \quad (2.11)$$

La simplification mathématique de (2.11) donne

$$\hat{\alpha} = \frac{2(\mu_2 - \mu_1^2)}{(\mu_2 - 2\mu_1^2)} \quad (2.12)$$

### 2. 3. 2 Méthode d'estimation MLE (N=1)

L'estimateur MLE est une méthode statistique courante utilisée pour estimer les paramètres d'une distribution donnée. Cette méthode a été développée par le statisticien Ronald Aylmer Fisher [11]. La maximisation de la vraisemblance  $L$  (probabilité jointe) est équivalente à la maximisation du logarithme népérien des produits de  $M$  distribution de  $Z_i$ . A partir de l'équation (2.5), on a pour  $N=1$

$$\begin{aligned} L &= \log \left( \prod_{i=1}^M p(z_i) \right) = \log \left( \prod_{i=1}^M \frac{\alpha b^\alpha}{(b + z_i)^{\alpha+1}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^M \left[ \log(\alpha b^\alpha) - (\alpha + 1) \log(b + z_i) \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le maximum de  $L$  correspond par rapport aux paramètres du modèle de Pareto généralisé correspond à l'annulation des dérivée de  $L$ . Alors, la dérive de (2.13) par rapport à  $\alpha$  donne

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= \sum_{i=1}^M \left[ \frac{\partial \log(\alpha b^\alpha)}{\partial \alpha} - \log(b + z_i) \right] \\ &= \sum_{i=1}^M \left[ \left( \frac{1}{\alpha} + \log b \right) - \log(b + z_i) \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Le maximum de vraisemblance par rapport à  $\alpha$  est

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= \sum_{i=1}^M \left[ \left( \frac{1}{\alpha} + \log b \right) - \log(b + z_i) \right] \\ &= \left( \frac{M}{\alpha} + M \log b \right) - \sum_{i=1}^M \log(b + z_i) = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

L'estimateur ML de  $\alpha$  est obtenu à partir de (2.15) par

$$\hat{\alpha} = \left[ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \log(\hat{b} + z_i) - \log \hat{b} \right]^{-1} \quad (2.16)$$

De même, la dérivée partielle de l'équation (2.13) par rapport à  $b$  est

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial b} &= \sum_{i=1}^M \left[ \alpha \frac{1}{b} - (\alpha + 1) \frac{1}{(b + z_i)} \right] \\ &= \sum_{i=1}^M \left[ \frac{\alpha}{b} - \frac{(\alpha + 1)}{(b + z_i)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Après un certain calcul mathématique, on trouve

$$\hat{\alpha} = \left[ 1 - \sum_{i=1}^M \left( \frac{1}{\left(1 + \frac{z_i}{\hat{b}}\right)^M} \right) \right]^{-1} \quad (2.18)$$

En égalisant les deux équations (2.16) et (2.18), on trouve l'estimateur MLE de  $b$  suivant

$$\left[ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \log(\hat{b} + z_i) - \log \hat{b} \right]^{-1} = \left[ 1 - \sum_{i=1}^M \left( \frac{1}{\left(1 + \frac{z_i}{\hat{b}}\right)^M} \right) \right]^{-1} \quad (2.19)$$

On remarque que (2.19) est une équation non linéaire qui doit être résolue utilisant les méthodes numériques d'optimisation. Pour la cas d'une intégration de  $N$  impulsions, il est très difficile de trouver de résoudre le problème de l'estimation MLE à cause des complexités mathématiques.

### 2. 3. 3 Méthode d'estimation basée sur les moments fractionnaires (FOME)

Cette méthode d'estimation est basée sur l'exploitation d'une autre forme du rapport des moments et qui est aussi indépendant de  $b$  c.-à-d. :

$$\frac{\mu_{r+1}}{\mu_r \mu_1}, \quad p > 0 \quad (2.20)$$

$$\begin{cases} \mu_r = \frac{r!(N+1)!}{(N+r-1)!} \langle z^r \rangle \\ \mu_{r+1} = \frac{(r+1)!(N+1)!}{(N+r)!} \langle z^{r+1} \rangle \end{cases} \quad (2.21)$$

Donc, le rapport entre les deux moments est donné par

$$\frac{\mu_{r+1}}{\mu_r \mu_1} = \frac{(r+1)N}{(N+r)} \frac{\langle z^{r+1} \rangle}{\langle z^r \rangle \langle z \rangle} \quad (2.22)$$

En se basant sur la caractéristique de la fonction Gamma,  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$  on obtient

$$\frac{\langle z^{r+1} \rangle}{\langle z^r \rangle \langle z \rangle} = \frac{(N+r)(\alpha-1)}{N(\alpha-r-1)} \quad (2.23)$$

On remplace (2.23) dans l'équation (2.22), on trouve

$$\begin{aligned}
\frac{\mu_{r+1}}{\mu_r \mu_1} &= \frac{(r+1)N}{(N+r)} \frac{(N+r)(\alpha-1)}{N(\alpha-r-1)} \\
&= \frac{(r+1)(\alpha-1)}{(\alpha-r-1)}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Après un certain développement mathématique de (2.24), on obtient

$$\hat{\alpha} = \left[ 1 + \frac{r}{1 - \frac{\langle z \rangle \langle z^r \rangle (N+r)}{N \langle z^{r+1} \rangle}} \right] \tag{2.25}$$

### 2.3.4 Méthode d'estimation [zlog(z)]

Cette procédure d'estimation est développée dans [6]. La méthode est basée sur la dérivée partielle du moment par rapport à r. En effet, on utilise la dérivée de la fonction

Gamma,  $\frac{\partial \Gamma(x)}{\partial x} = \Gamma(x) \psi(x)$ , on obtient

$$\langle z^r \rangle = \int_0^\infty z^r \frac{b^a z^{N-1} \Gamma(N+a)}{\Gamma(N) \Gamma(a) (z+b)^{\alpha+N}} dz \tag{2.26}$$

On dérivée (2.23) on trouve

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle &= \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty z^r \frac{b^a z^{N-1} \Gamma(N+a)}{(z+b)^{\alpha+N} \Gamma(N) \Gamma(a)} dz \\
\frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle &= \int_0^\infty \left\{ \frac{b^a z^{N-1} \Gamma(N+a)}{(z+b)^{\alpha+N} \Gamma(N) \Gamma(a)} \left[ \frac{\partial}{\partial r} z^r \right] \right\} dz
\end{aligned}$$

On obtient  $\frac{\partial}{\partial r} z^r = z^r \ln z$

$$\frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle = \int_0^\infty \frac{b^a z^{N-1} \Gamma(N+a)}{(z+b)^{\alpha+N} \Gamma(N) \Gamma(a)} \ln z z^r dz \tag{2.27}$$

On pose r=0 et r=1

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle \right|_{r=0} = \int_0^\infty \frac{b^a z^{N-1} \Gamma(N+a)}{(z+b)^{\alpha+N} \Gamma(N) \Gamma(a)} \ln z dz = \langle \log z \rangle \tag{2.28}$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle \right|_{r=1} = \int_0^\infty \frac{b^a z^{N-1} \Gamma(N+a)}{(z+b)^{\alpha+N} \Gamma(N) \Gamma(a)} z \ln z dz = \langle z \log z \rangle \tag{2.29}$$

On dérivée (2.9) on trouve

$$\frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{b^r \Gamma(N+r) \Gamma(\alpha-r)}{\Gamma(N) \Gamma(\alpha)} \right]$$

On obtient  $\frac{\partial}{\partial r} b^r = b^r \ln b$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle &= \ln b \frac{b^r \Gamma(N+r) \Gamma(\alpha-r)}{\Gamma(N) \Gamma(\alpha)} + \frac{b^r \Gamma(N+r) \Gamma(\alpha-r)}{\Gamma(N) \Gamma(\alpha)} [\psi(N+r) - \psi(\alpha-r)] \\ \frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle &= \ln b \langle z^r \rangle + \langle z^r \rangle [\psi(N+r) - \psi(\alpha-r)] \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle = \langle z^r \rangle [\ln b + \psi(N+r) - \psi(\alpha-r)]$$

On pose  $r=0$  et  $r=1$  on trouve

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle \right|_{r=0} = \langle \log z \rangle = [\ln b + \psi(N) - \psi(\alpha)] \quad (2.31)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \langle z^r \rangle \right|_{r=1} = \langle z \log z \rangle = \langle z \rangle [\ln b + \psi(N-1) - \psi(\alpha-1)] \quad (2.32)$$

En divisant l'équation (2.32) par  $\langle z \rangle$  et on fait la soustraction (2.32) avec (2.31), on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\langle z \log(z) \rangle}{\langle z \rangle} - \langle \log(z) \rangle &= [\psi(N-1) - \psi(\alpha-1) - \psi(N) + \psi(\alpha)] \\ &= [\psi(N-1) - \psi(N)] + [\psi(\alpha) - \psi(\alpha-1)] \end{aligned} \quad (2.33)$$

Utilisant la caractéristique de la fonction Psi,  $\psi(x+1) - \psi(x) = \frac{1}{x}$  l'équation (2.33) donné par :

$$\frac{\langle z \log(z) \rangle}{\langle z \rangle} - \langle \log(z) \rangle = \frac{1}{N} + \frac{1}{(\alpha-1)} \quad (2.34)$$

Après une simplification mathématique (2.34), on obtient

$$\hat{\alpha} = 1 + \left[ \frac{\langle z \log(z) \rangle}{\langle z \rangle} - \langle \log(z) \rangle - \frac{1}{N} \right]^{-1} \quad (2.35)$$

### 2. 3. 5 Méthode des moments fractionnaires négatifs (FNPOME)

Cette approche qu'on va développer est simple à calculer et qui est basée sur les moments d'ordres positifs/négatifs. Pour un ordre des moment,  $-r$ , (2.9) est reformulée comme



$$\langle z^{-r} \rangle = \frac{b^{-r} \Gamma(N-r) \Gamma(\alpha+r)}{\Gamma(N) \Gamma(\alpha)} \quad (2.36)$$

En multipliant (2.9) et (2.36), on obtient

$$\langle z^r \rangle \langle z^{-r} \rangle = \frac{\Gamma(N+r) \Gamma(\hat{\alpha}-r) \Gamma(N-r) \Gamma(\hat{\alpha}+r)}{\Gamma(N)^2 \Gamma(\hat{\alpha})^2} \quad (2.37)$$

On remarque que (2.37) est une équation non linéaire qui doit être résolue utilisant les méthodes numériques d'optimisation.

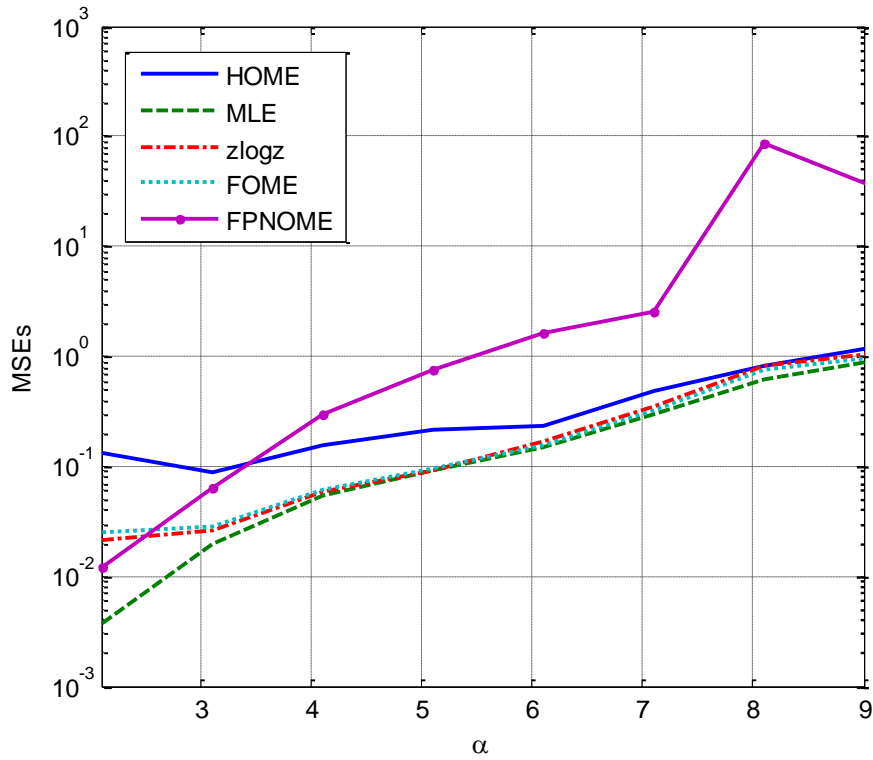
## 2. 4 Performances d'estimation des paramètres

Dans cette section, on évaluera les performances d'estimation des paramètres de la distribution Pareto généralisée en fonction de plusieurs paramètres. L'intervalle du paramètre de forme  $\alpha$  est choisi entre 0 et 10, le nombre d'impulsion est pris aux valeurs entre 1,5 et 10. La moyenne des erreurs carrées (MSE) et l'écart type normalisé (NSTD) sont estimés sur  $n=100$  itérations de Monte-Carlo pour chaque valeur de  $\alpha$ . On montre les fonctions de densité de probabilité de Pareto généralisée (GPPDF) obtenue pour les données réelles et celles obtenues à partir des paramètres de forme et d'échelle estimés par les différentes méthodes. Une autre façon d'apprécier la performance de chaque méthode d'estimation est de calculer la fonction de densité cumulative complémentaire CCDF,

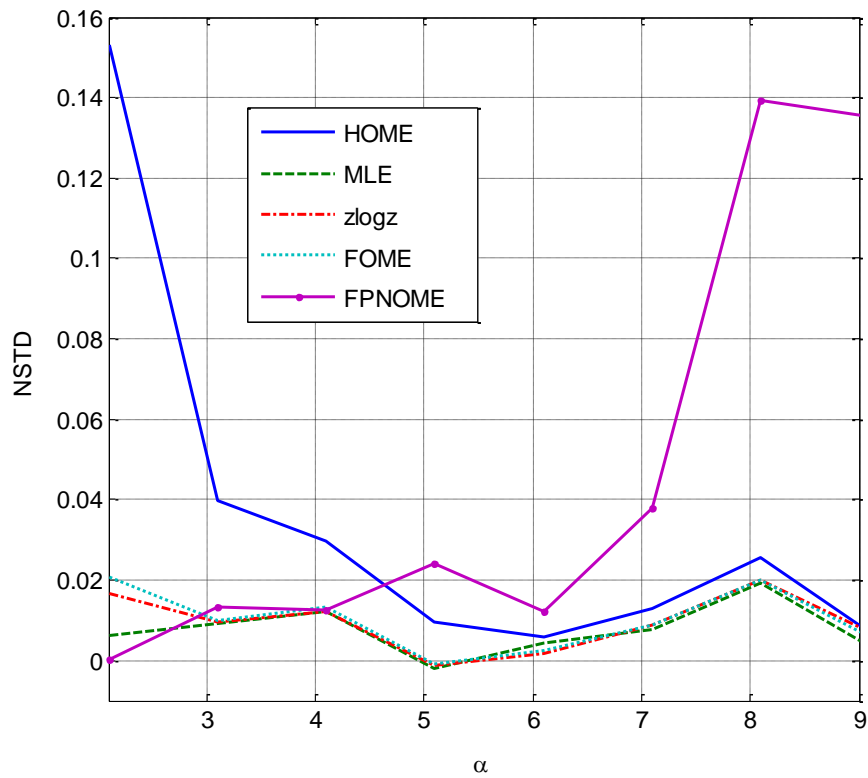
### 2. 4. 1 Estimation utilisant les données simulées

Ci-dessous, on a illustré les courbes des MSEs et des NSTDs pour chaque méthode d'estimation des paramètres de la distribution Pareto généralisée. On a varié le nombre d'impulsion  $N$  afin de comparer les résultats obtenus utilisant chaque procédure d'estimation. Pour un nombre réduit d'intégration non cohérente  $N=1$ , les variations des MSEs et des NSTDs sont présentées dans la Figures (2.1) et la Figures (2.2). On remarque que la méthode d'estimation  $[z \log(z)]$  et la méthode FOME délivrent la même qualité d'estimation soit pour le MSE ou bien pour le NSTD. La variation de la MSE calculée pour ces deux méthodes varie de  $10^{-2}$  pour des basses valeurs de paramètre de forme et augmente avec l'augmentation de  $\alpha$ . La méthode de MLE donne des bonnes estimations comparée aux autres méthodes et elle est d'ordre  $10^{-3}$  pour  $\alpha=2$ . La méthode HOME, cependant donne la mauvaise estimation pour des valeurs basses de paramètre de forme mais sa performance converge vers les autres performances pour des valeurs de  $\alpha$  autour de 8 à 9. Finalement, la méthode de FPNOME semble fonctionne bien pour des valeurs basses de  $\alpha$  mais elle diverge pour des valeurs

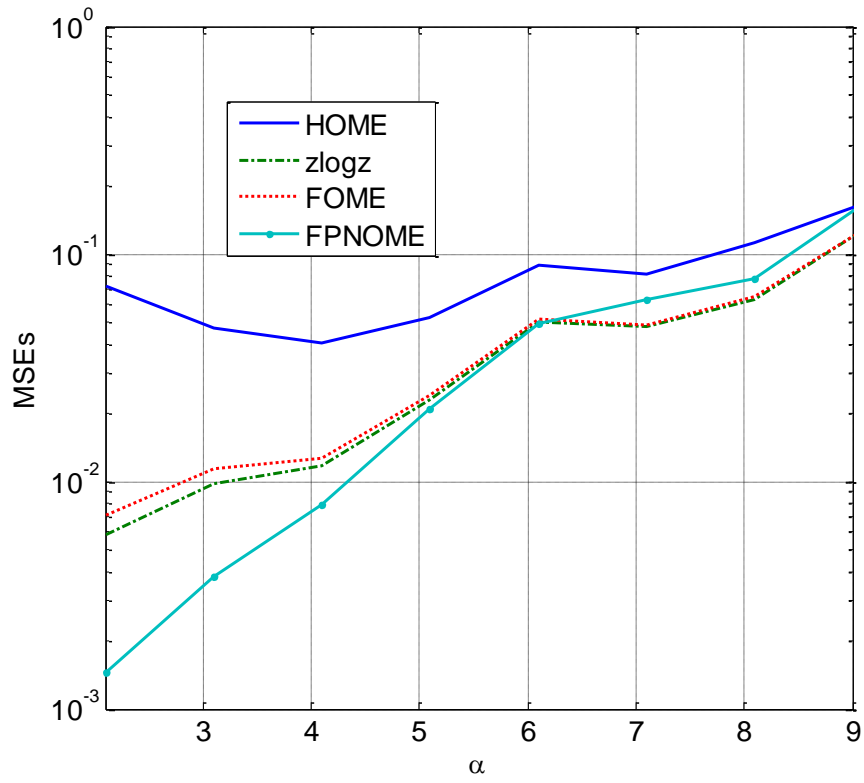
élevées. Cette divergence est aussi observée dans la variation de NSTD. Le NSTD calculé pour les méthodes HOME, MLE, et  $[z\log(z)]$ , semble indépendant de la variation de  $\alpha$ . Pour la méthode HOME, le MSE initialement décroît rapidement avec l'augmentation de  $\alpha$  et sature presque à la même valeur de NBE obtenue par les autres méthodes. Pour des valeurs élevées de  $N=5$  et  $10$ , les variations de MSE et NSTD calculées pour les différentes méthodes sont montrées sur les figures (2.3-6). Il manque cependant la méthode MLE car comme on l'a mentionné avant, la solution analytique est possible que pour  $N=1$ . L'augmentation de nombre  $N$  conduit à la réduction significative de MSE. De même les deux méthodes  $[z\log(z)]$  et FOME donnent des variations presque identiques. Le MSE augmente avec l'augmentation du paramètre de forme et toutes les méthodes donnent le même ordre de MSE pour  $\alpha > 8$ . La méthode HOME, aussi donne mauvaise estimation pour des basses valeurs de  $\alpha$  et pour les deux valeurs de  $N$ . La méthode FPNOME donne presque toujours meilleures estimations et converge rapidement contrairement au cas où  $N=1$ . Le MSE décroît avec l'augmentation de  $N$  pour toutes les méthodes. Pour le NSTD, les méthodes FPNOME, FOME et  $[z\log(z)]$  conduisent à une valeur de NSTD insensible à la variation du paramètre de forme. La méthode HOME a le même comportement comme dans le cas  $N=1$ , c.-à-d. le NSTD décroît initialement et atteint à une valeur presque nulle pour des valeurs de  $\alpha$  élevées.



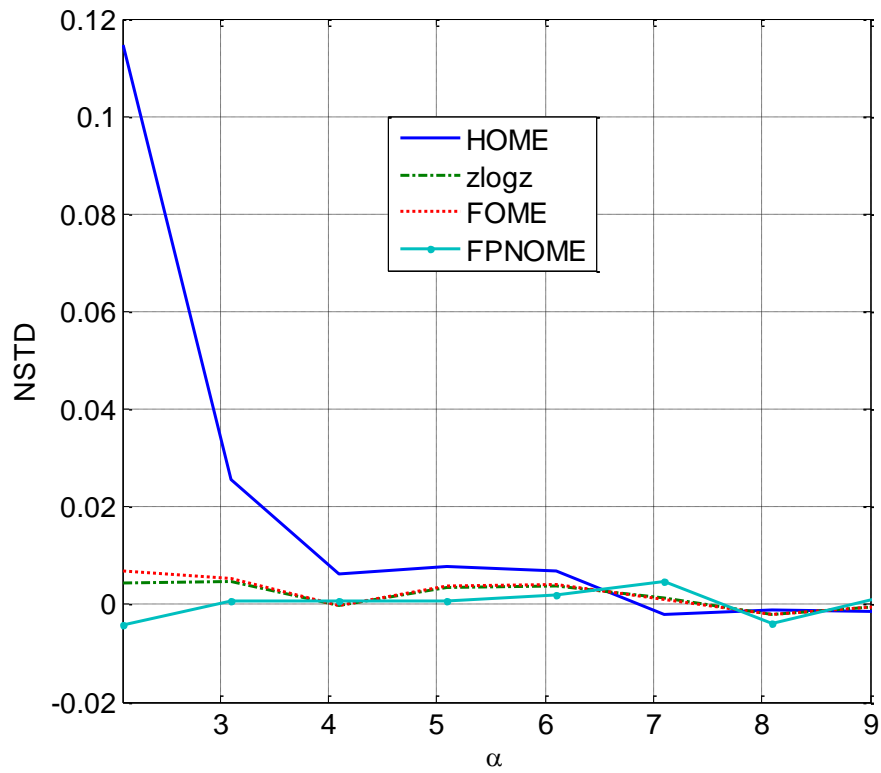
**Figure. 2. 1 :** MSEs en fonction de  $\alpha$  avec les paramètres  $N=1, M=10^4$  et  $n=100$ .



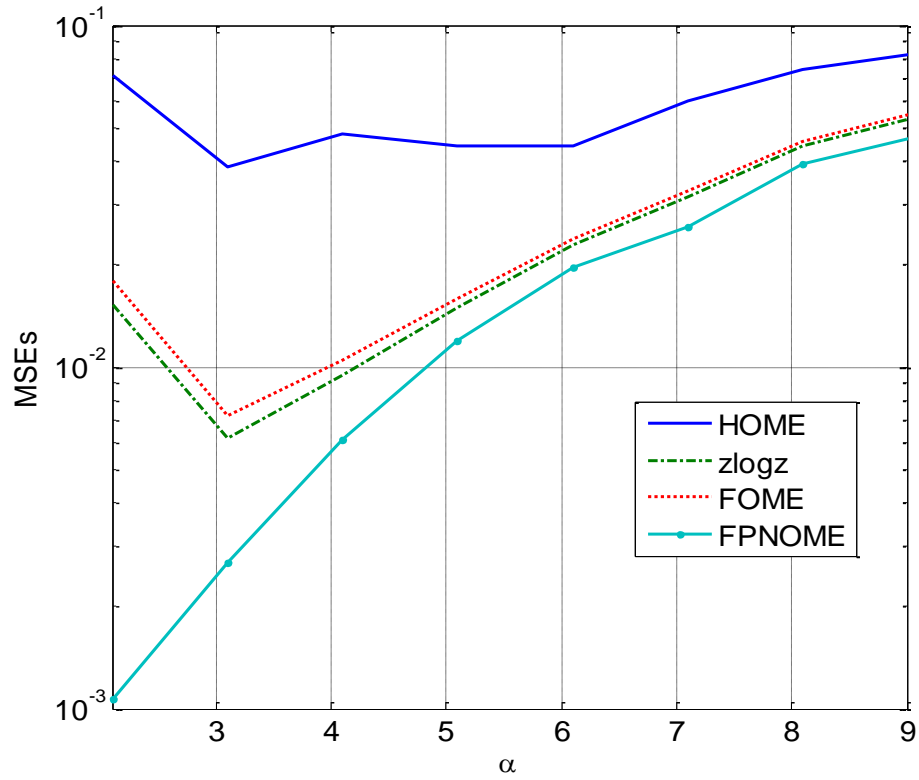
**Figure. 2. 2 :** NSTDs en fonction de  $\alpha$  avec les paramètres  $N=1, M=10^4$  et  $n=100$ .



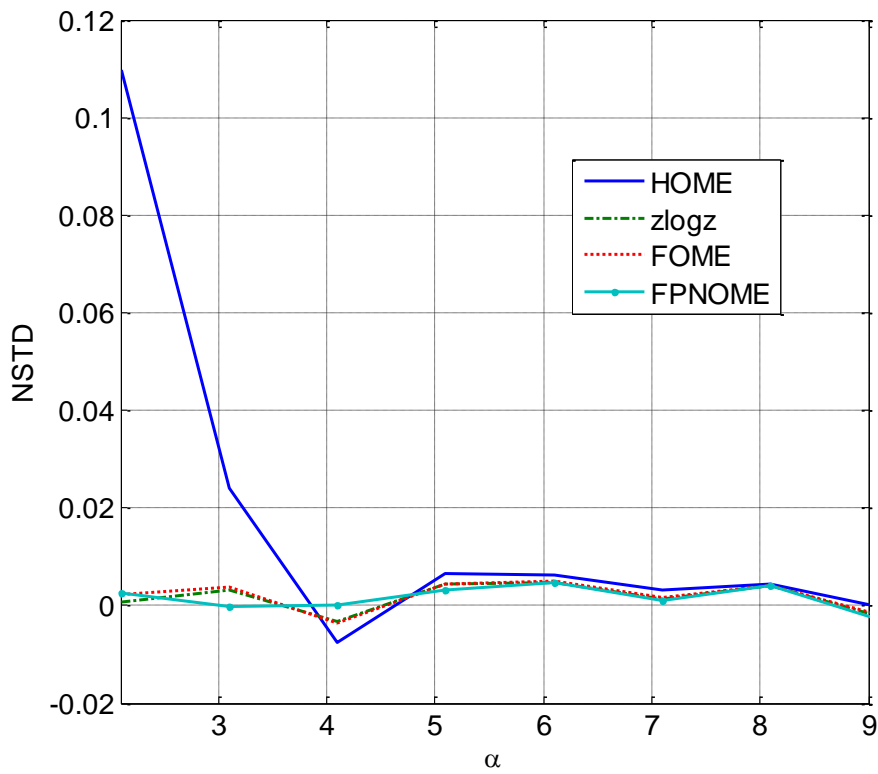
**Figure. 2.3 :** MSEs en fonction de  $\alpha$  avec les paramètres  $N=5$ ,  $M=10^4$  et  $n=100$ .



**Figure. 2.4 :** NSTDs en fonction de  $\alpha$  avec les paramètres  $N=5$ ,  $M=10^4$  et  $n=100$ .



**Figure. 2. 5 :** MSEs en fonction de  $\alpha$  avec les paramètres  $N=10$ ,  $M=10^4$  et  $n=100$ .



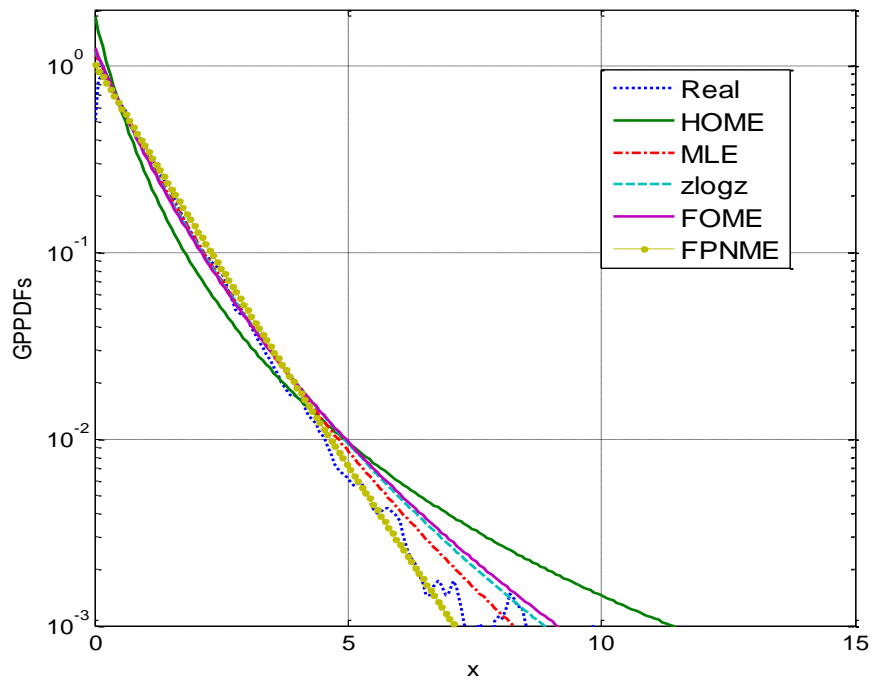
**Figure. 2. 6 :** NSTDs en fonction de  $\alpha$  avec les paramètres  $N=10$ ,  $M=10^4$  et  $n=100$ .

### 2. 4. 2 Estimation utilisant les données réelles IPIX

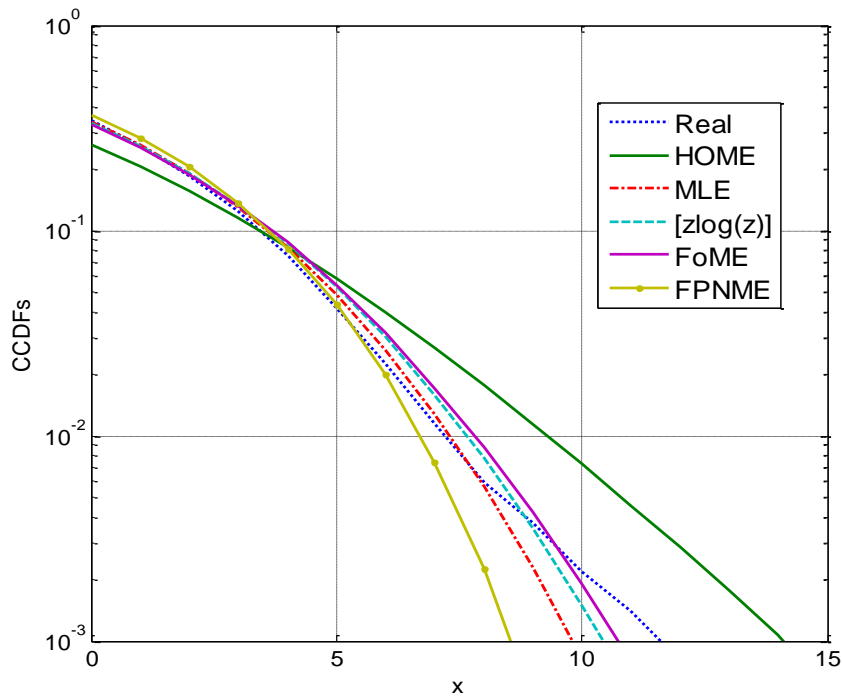
Dans cette section, on essaye de comparer les résultats d'estimation utilisant les données réel IPIX [11]. Pour cela, on montre les fonctions de densité de probabilité de Pareto généralisée obtenue pour les données réels et celles obtenues à partir des paramètres de forme et d'échelle estimés par les différentes méthodes présentées dans la section 2.3 (HOME, MLE, [zlog(z)], FOME et FPNOME) en utilisant deux valeurs de  $N$  :  $N=1$  pour les figures (2.7) et (2.9), et  $N=5$  pour les figures (2.11) et (2.13). Les données réels correspondent la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m pour les cellules 10 (figure (2.7) et (2.11)) et la polarisation HH de l'antenne de résolution 30m pour les cellules 10 dans les (figures (2.9) et (2.13)). On remarque sur l'ensemble des figures représentant la GPPDF que les deux méthodes [zlog(z)] et le FOME ont la même qualité d'estimation pour toutes les valeurs de  $N$  et la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et 30m et elles donnent des bonnes approximations à la GPPDF réelle. La méthode MLE semble donner la mauvaise qualité d'estimation des paramètres de forme et d'échelle, spécialement dans le cas ou  $N=5$  et la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m (Fig.2.11). Les paramètres  $\alpha$  et  $b$  estimés par la méthode HOME devient proches aux valeurs réelles pour  $N=5$ . La méthode FPNOME avec une valeur de l'ordre des moments  $r=0.1$  donne sa meilleure performance dans le cas de  $N=5$  et la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m (Fig2.11).

Une autre façon d'apprécier la performance de chaque méthode d'estimation est de calculer la fonction de densité cumulative complémentaire CCDF qu'on présente sa variation pour les données réels et celle calculées en utilisant les algorithmes HOME, MLE, [zlog(z)], FOME et FPNOME pour  $N=1$  et 5 et la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et 30m (Figure 2.8, 10, 12 et 14). On constate aussi que les deux méthodes [zlog(z)] et FOME sont proches et donnent de bonnes approximations aux données réelles.

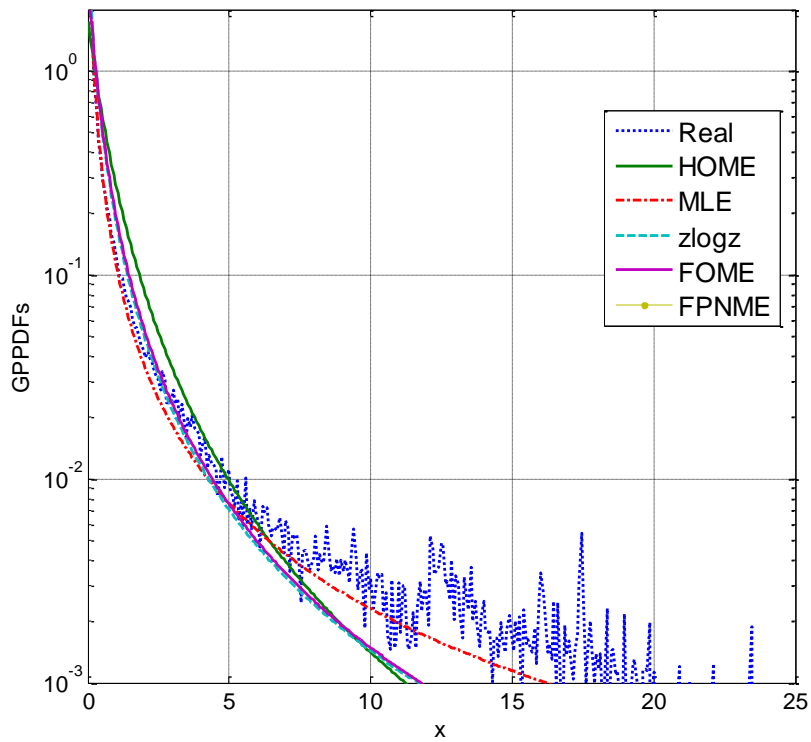
La divergence de HOME est apparente dans le cas de  $N=1$  et la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et avec l'augmentation soit de  $N$  ou de la polarisation HH de l'antenne l'estimation est bonne. La méthode MLE a une tendance de sur-estimer la CCDF tandis que la méthode FPNOME a une tendance de sous-estimer la CCDF.



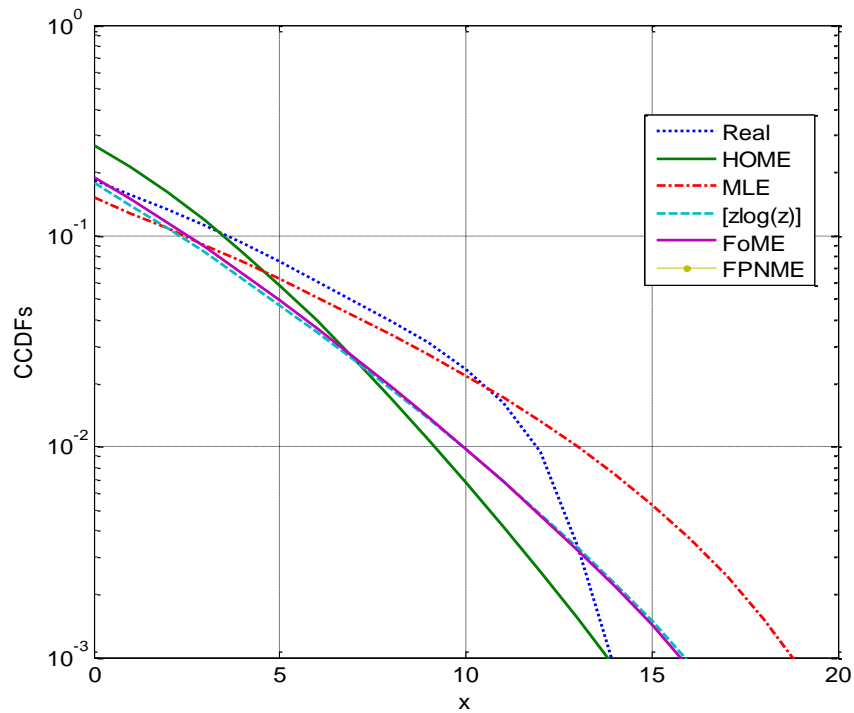
**Figure. 2. 7 :** GPPDF en fonction de l'intensité  $x$  avec les paramètres  $N=1$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et cellule 10



**Figure. 2. 8 :** CCDF en fonction de l'intensité du seuil  $x$  avec les paramètres  $N=1$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et cellule 10

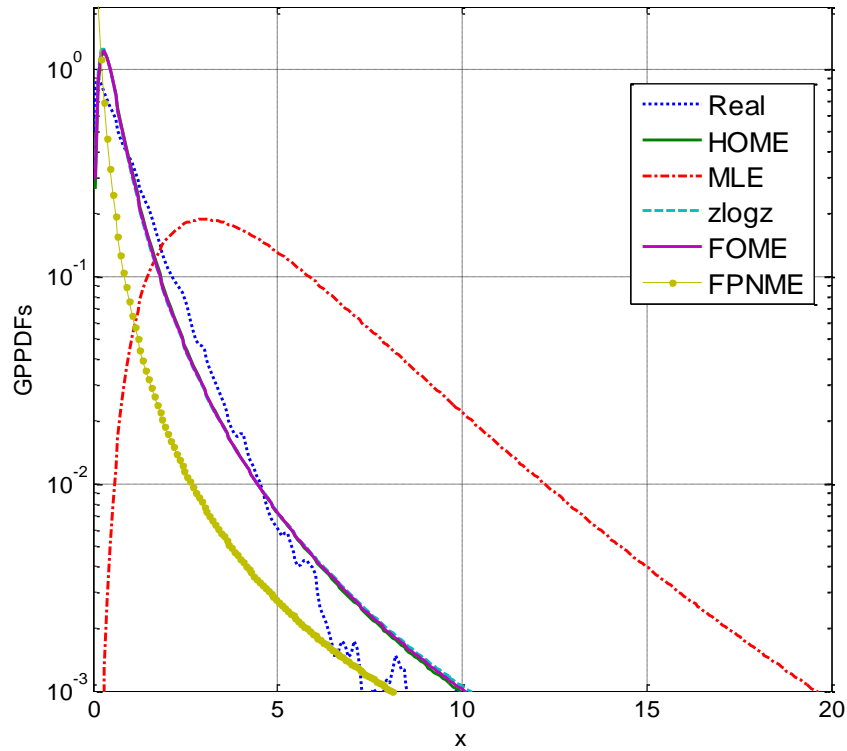


**Figure. 2. 9 :** GPPDF en fonction de l'intensité  $x$  avec les paramètres  $N=1$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 30m et cellule 10

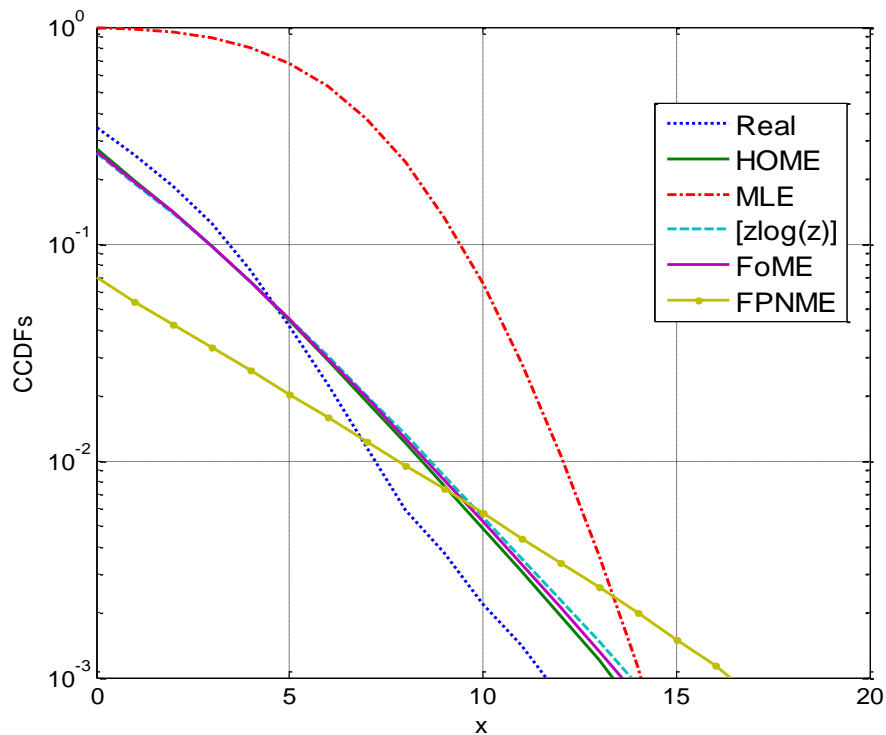


**Figure. 2. 10 :** CCDF en fonction du seuil  $x$  avec les paramètres  $N=1$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 30m et cellule 10

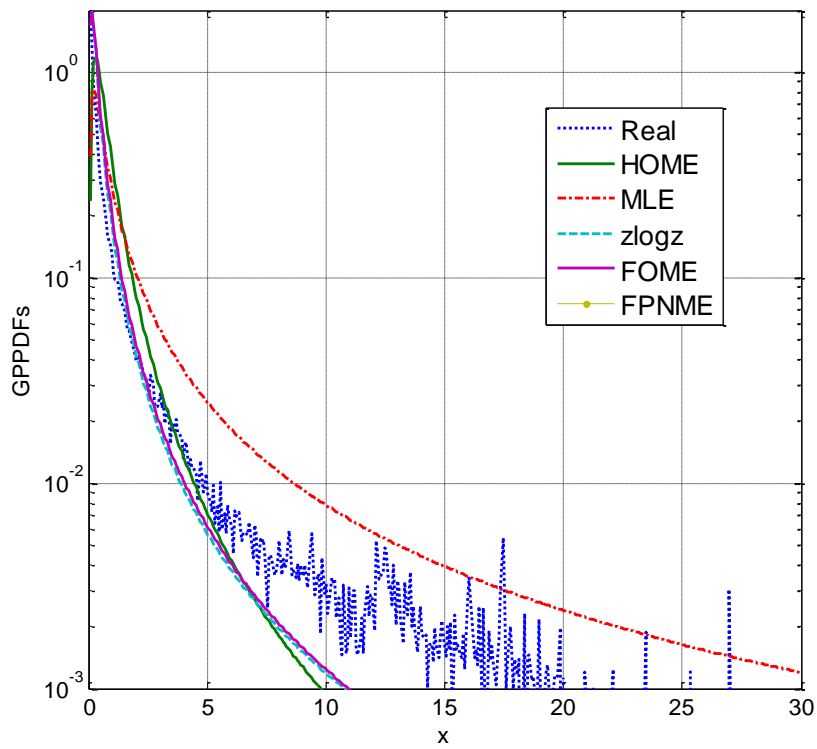




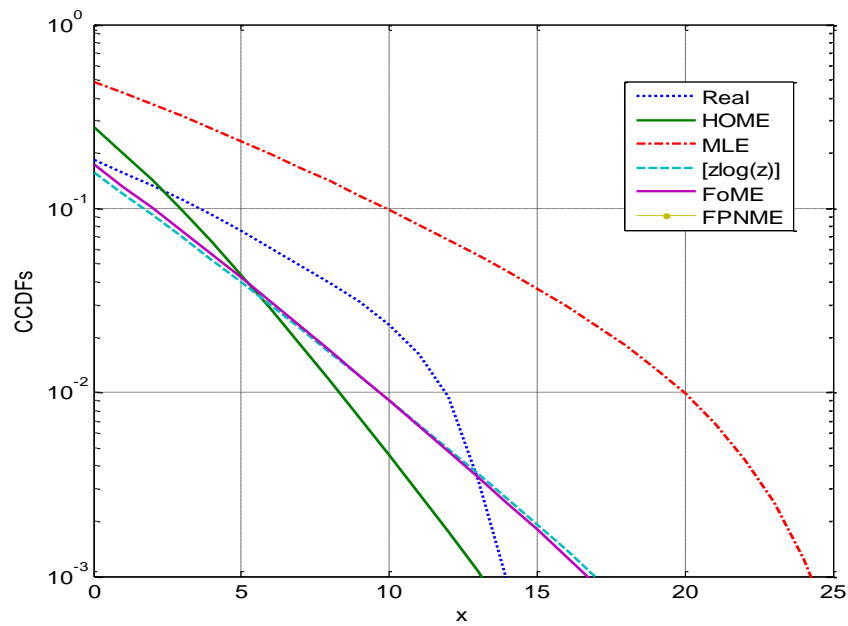
**Figure. 2. 11 :** GPPDF en fonction de l'intensité  $x$  avec les paramètres  $N=5$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et cellule 10.



**Figure. 2. 12 :** CCDF en fonction du seuil  $x$  avec les paramètres  $N=5$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 3m et cellule 10.



**Figure. 2. 13 :** GPPDF en fonction de l'intensité  $x$  avec les paramètres  $N=5$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 30m et cellule 10



**Figure. 2. 14 :** CCDF en fonction du seuil  $x$  avec les paramètres  $N=5$ ,  $M=10^5$ , la polarisation HH de l'antenne de résolution 30m et cellule 10

## 2. 5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a décrit le modèle de la distribution Pareto généralisée où les développements des différentes méthodes d'estimations des paramètres sont aussi présentés plus précisément les méthodes HOME, MLE, FOME,  $[z\log(z)]$  et FPNOME. Ces procédures sont inspirées à partir des moments obtenus qui sont exprimés en fonction du paramètre de forme et d'échelle de la distribution GP. Comme critère de performance consistant, on a considéré dans ce chapitre la moyenne des erreurs carrées et l'écart type normalisé afin d'évaluer la performance de chaque estimateur. Les résultats de simulations, pour une distribution de GP et pour des différents nombre d'impulsions, montrent que les deux méthodes  $[z\log(z)]$  et FOME délivrent presque la même performance, indépendamment du nombre d'impulsions. Les performances de l'ensemble des méthodes s'améliorent avec l'augmentation du nombre d'impulsions et du nombre des échantillons. La méthode FPNOME donne la meilleure estimation pour un grand nombre d'impulsions tandis que la méthode HOME possède une qualité d'estimation moins pour des valeurs basses du facteur de forme et cette qualité s'améliore en augmentant  $\alpha$ . L'estimation analytique du paramètre de forme par la méthode MLE n'est possible que pour une impulsion et dans ce cas elle donne la meilleure performance. Après l'évaluation de l'estimation de chaque méthode, on a ensuite comparé la PDF de Pareto généralisée pour des données réelles IPIX aux celles obtenues avec les paramètres de forme et d'échelle obtenus par les différentes méthodes d'estimation. On constate ici que les méthodes  $[z\log(z)]$  et FOME sont meilleures comparées aux autres méthodes. Ceci est confirmé aussi par la comparaison des courbes des CCDF. Dans le chapitre 3, on va analyser les performances de la détection CFAR pour deux situations du clutter de Pareto homogène et non homogène.